

La géométrie à la conquête de l'espace

dossier

L'apprentissage de la géométrie dès la maternelle permet à l'enfant à la fois de structurer son raisonnement et de se situer dans le monde qui l'entoure. Cet apport est essentiel pour mieux appréhender la transition de la géométrie de construction, qui fait appel au raisonnement et à l'argumentation, à la géométrie de déduction enseignée au collège.

La géométrie à la conquête de l'espace

Enseignée à l'école primaire depuis près de deux siècles, la géométrie cherche encore sa place aujourd'hui parmi les divers apprentissages. Considérée « souvent », selon l'universitaire Anne-Cécile Mathé*, comme le « parent pauvre de l'enseignement des mathématiques à l'école », au regard de la formation et du temps qui lui est consacré en classe, cette discipline, inventée par les Grecs anciens, soulève de nombreuses questions. Pourquoi enseigner la géométrie ? Comment transmettre les savoirs géométriques ? Quels sont les enjeux pour le développement de l'enfant de cet enseignement reposant à la fois sur l'abstraction et l'appréhension du réel ?

Pour Anne-Cécile Mathé, la géométrie enseignée à l'école primaire permet à la fois au jeune élève de structurer sa pensée et de construire les premiers concepts géométriques. « *Il s'agit d'accompagner l'enfant dans l'étude de formes, de figures, d'objets, de relations géométriques, en appui de la perception et de l'usage d'instruments dans des activités de reproduction, de construction ou de description de figures* », observe-t-elle, en précisant que cet enseignement « *peut servir au développement de premiers raisonnements et démarches de preuve* » (lire p. 19).

LES CONNAISSANCES SPATIALES COMME PRÉREQUIS

Thierry Dias, enseignant à la Haute école pédagogique du canton suisse de Vaud, insiste, lui, sur l'importance de préparer les apprentissages géométriques dès la maternelle. « *L'enjeu est d'acquérir de solides connaissances spatiales dès le plus jeune âge de l'enfant. C'est quand les connaissances spatiales ont été bien construites que les élèves réussissent le mieux par la suite dans les activités géométriques* » (lire p. 17). En outre, ajoute Thierry Dias, « *la maternelle est également l'occasion de travailler sur la motricité fine pour développer la maîtrise du geste nécessaire ultérieurement pour l'utilisation des instruments géométriques* ». Dans les écoles, nombreux sont les PE



© M. Marano/ANIA

qui mettent en pratique et expérimentent dans leur classe cette pédagogie, notamment en faisant de la géométrie l'interface de plusieurs autres disciplines, des arts visuels à la géographie en passant par l'EPS et les mathématiques. Par ailleurs, à l'école Européennes de Vandoeuvre-lès-Nancy (Meurthe-et-Moselle), les élèves abordent les savoirs géométriques par

“Ils apprennent à construire, structurer et hiérarchiser leur raisonnement.”

“En passant par le corps, les enfants mémorisent davantage le lexique et se créent des représentations mentales qu'ils pourront utiliser lors du passage au micro-espace de la feuille”

choisi de changer son approche de la géométrie, préférant mobiliser les élèves de CM2 sur un projet de restauration de figures permettant de découvrir leurs propriétés. « *Les élèves rentrent directement dans les apprentissages, acquièrent un vocabulaire et des tournures de phrases spécifiques. Ils apprennent à construire, structurer et hiérarchiser leur raisonnement. Parfois, des élèves en difficulté en numération se révèlent en géométrie* », témoigne l'enseignant Julien Ribennes (lire p. 18).

CONTINUITÉ DES APPRENTISSAGES

Une démarche qui devrait fluidifier l'acquisition de nouveaux savoirs géométriques plus abstraits, notamment au collège. Au cycle 4, en effet, la géométrie déductive viendra se substituer à la géométrie de construction. Dès lors, il s'agira pour l'élève de réaliser des démonstrations en utilisant les propriétés données par un texte et des théorèmes. Pour éviter cette rupture qui peut fragiliser les acquisitions précédentes de certains enfants, l'école doit donc assurer la continuité des apprentissages. Anne-Cécile Mathé insiste sur ce point en affirmant que la géométrie enseignée au collège est une géométrie « *déductive théorique qui convoque des objets et des relations théoriques sur lesquels on agit et produit des connaissances via des démonstrations* ». « *Mieux cerner ce que peuvent recouvrir chacune de ces géométries, interroger les visées de leurs enseignements et l'aménagement possible de l'un à l'autre constitue un enjeu important pour la recherche et pour l'école* », conclut Anne-Cécile Mathé.

*Café pédagogique du 20 novembre 2024



TOUT NOUVEAUX PROGRAMMES...

... mais pas tout beaux. Les attendus des nouveaux programmes des cycles 1 et 2 publiés en octobre 2024, et du cycle 3 (en projet pour la rentrée 2025), sont désormais découpés annuellement et non plus par cycle, basant les apprentissages sur un élève « normé » imaginaire. La géométrie subit moins de modifications que les autres domaines mathématiques. Au cycle 1, la manipulation et la verbalisation sont toujours mis en avant. À l'exploration des formes planes s'ajoute celle des solides. Les cycles 2 et 3 continuent de passer d'une géométrie perceptive à une géométrie instrumentée et de travailler le repérage et le déplacement dans l'espace. L'apprentissage des figures de référence et des relations géométriques se fait à partir d'activités de résolution de problèmes, description, reproduction et construction, appuyées par le langage. Toutefois, l'interdisciplinarité, l'argumentation, la conceptualisation et le raisonnement sont à peine évoqués.

Multiples facettes

Perceptive, instrumentée, déductive...
à chaque cycle, sa géométrie.

La plupart des savoirs géométriques utilisés à l'école viennent de l'Antiquité. La géométrie naît des exigences de la vie pratique : architecture, fabrication, décoration d'objets, traçage de limites agricoles... Ce sont les Grecs qui rompent avec le pragmatisme des civilisations antérieures et théorisent ces savoirs en axiomes et en théorèmes : la géométrie euclidienne.

À l'école primaire, la géométrie est introduite officiellement par la loi Guizot de 1833. Elle privilégie les applications pratiques et se démarque ainsi de celle, plus théorique, enseignée dans le secondaire mais réservée à une élite. L'enseignement de la géométrie connaît de nombreux soubresauts au cours du 20^e siècle, en France et ailleurs, posant des questions récurrentes : pourquoi ensei-

gnier la géométrie ? quelle géométrie ? comment l'enseigner ? géométrie pour tous et toutes ? Les attentes vis-à-vis de l'enseignement primaire en géométrie changent dès l'instant où l'enseignement secondaire est devenu un enseignement de masse.

Trois géométries se succèdent, chacune nécessaire à la suivante. Au cycle 1 et au début de cycle 2, la géométrie est dite perceptive : les objets géométriques sont reconnus à vue d'œil et tracés à main levée ou à l'aide d'outils non nécessairement typés mathématiques. Aux cycles 2 et 3, la géométrie est instrumentée : sont vraies les propriétés contrôlées à l'aide d'instruments. Au cycle 4, la géométrie devient déductive : l'objet géométrique est défini uniquement par ses propriétés à travers de démonstrations.



© Milerand/NAJA

Un pas en avant

En classe de CP à l'école Europe-Nations de Vandœuvre-lès-Nancy, l'entrée en géométrie passe par le corps.

« *Un pas à gauche* », indique Salma à Lucas, qui se déplace au son de la voix de ses camarades dans des cerceaux. Les élèves de CP de l'école élémentaire REP Europe-Nations de Vandœuvre-lès-Nancy (Meurthe-et-Moselle) sont absorbés par un nouveau jeu d'orientation. « *Un pas derrière* », ajoute Enes. « *En arrière* », reprend la maîtresse, Audrey Tschannen, enseignante en CP depuis cinq ans. « *Gagné* », s'esclaffent en chœur les élèves quand leur camarade atteint l'arrivée. « *Maintenant, la quille jaune représentera un élève. Imaginez un message à lui transmettre pour que cette quille rejoigne la rouge* », demande l'enseignante. Par deux, les élèves se creusent les méninges. Puis, c'est l'heure des essais. Khayroulla teste un message écrit sans parvenir à destination. « *Je n'ai pas eu le temps d'écrire tous les mots* », commente Maryam. Kelvin essaye de décrypter en vain un dessin. « *Lahcène a proposé des flèches* », rebondit la maîtresse. « *Que veut dire cette flèche en avant ?* », interroge-t-elle. « *J'avance d'un cerceau* », répond Younés, debout, prêt à tester cette proposition. Mais ses déplacements l'emmenent hors champ. « *Il y en a trop* », remarque Sena. « *Reprenons les déplacements un par un* », préconise l'enseignante en sortant ses modèles de flèches. « *Par quoi commencer ?* », interroge-t-elle. « *La flèche qui dit d'avancer* », s'exclame Sohaïb. Puis les élèves



DÉVELOPPER
une attitude positive
vis-à-vis des maths
par le jeu.

placent les autres en se remémorant leurs significations au fur et à mesure qu'ils avancent la quille. En avant, puis à gauche, et encore à gauche, les élèves s'exaltent au fil de leurs succès jusqu'à l'arrivée triomphale.

LEVER LES OBSTACLES

« *Je vis et je verbalise* ». Une démarche participative que développe Audrey et sa collègue de CE2, Delphine Feid, aussi maîtresse formatrice, dans le cadre de leur participation au groupe « *Animaths* ». « *Pour entrer dans la géométrie, les élèves doivent d'abord acquérir les connaissances spatiales* », précise Audrey. Elle ajoute que « *ces connaissances vont de pair avec un vocabulaire spécifique* ». « *Le langage est indispensable pour construire les concepts* », complète Delphine. « *En passant par le corps, les élèves mémorisent davantage le lexique et se créent des représentations mentales qu'ils pourront utiliser lors du passage au micro-espace de la feuille* ». Par ailleurs, hors la classe, en situation grandeur nature, ces enseignantes observent que les élèves osent se lancer, notamment les plus anxieux. « *Ils constatent qu'ils en sont capables* », exprime Audrey. « *Ces expériences leur permettent d'échanger, d'essayer, de prendre appui sur leurs erreurs pour avancer* », complète Delphine. Depuis qu'elle a ritualisé ce type de séances, Audrey s'aperçoit des progrès fulgurants de ses élèves, particulièrement pour construire les notions abstraites, comme ici le codage d'un déplacement. Autant de points d'appui qui seront remobilisés aux cycles 2 et 3, par exemple pour la reproduction de figures géométriques sur quadrillage.

3 QUESTIONS À...



THIERRY DIAS,
docteur en
didactique des
mathématiques et
sciences de l'éducation
et professeur à la HEP*
du canton de Vaud.

Changer les tailles d'espaces, passer du micro-espace au méso-espace ou macro-espace est indispensable pour que les élèves se rendent compte que les objets géométriques gardent leurs propriétés et que celles-ci restent vraies en toutes circonstances. Les propriétés d'un triangle seront identiques, que l'élève le dessine sur sa feuille avec papier/crayon ou dans la cour avec plots/cordes, ou encore en ayant fait un déplacement dans les rues. Les élèves du primaire doivent vivre un maximum d'expériences. Par ailleurs, il faut que les élèves disposent d'un référentiel de ces objets et de leurs relations pour ne pas être mis en difficulté par un vocabulaire spécifique très conséquent à retenir.

1.

LA GÉOMÉTRIE, DES BASES À POSER DÈS LA MATERNELLE ?

L'enjeu principal est d'acquérir de solides connaissances spatiales. Ces dernières précèdent les connaissances géométriques. Positionnements, repérages, déplacements, jeux d'orientation, autant d'activités à mener avec des objets de l'espace autour de soi vers un environnement plus large, dans une démarche expérimentale. C'est quand les connaissances spatiales ont été bien construites que les élèves réussissent le mieux par la suite dans les activités géométriques. Par ailleurs, la reconnaissance des formes est aussi importante à travers des activités de classement, de rangement, de sériation, sous forme ludique pour maintenir l'intérêt des jeunes enfants. Enfin, la maternelle est également l'occasion de travailler sur la motricité fine pour développer la maîtrise du geste nécessaire ultérieurement pour l'utilisation des instruments géométriques.

2.

QUELLES DÉMARCHES PRIVILÉGIER ?

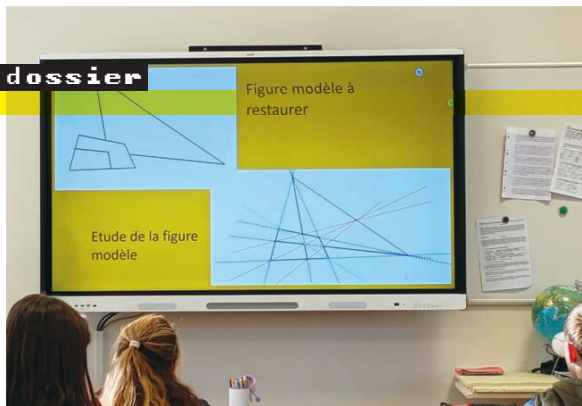
Elles s'adaptent en fonction du niveau scolaire. À partir de l'élémentaire, il importe de mettre en place un environnement structuré pour faire vivre des objets concrets ainsi que leurs relations. Par exemple, les élèves peuvent jouer avec des solides en taille réelle ou en construire de très grands.

3.

QUELLE PROGRESSION ADOPTER ?

Le vécu des élèves étant divers et inégal, il n'est pas simple de trouver une progression cohérente pour tous. De manière générale, l'espace se construit progressivement. D'un espace pratique d'action où il se déplace, l'élève va construire un espace projectif. En se décentrant, l'élève devra se repérer grâce à des repères absolus et fixes. Il ne situera plus les objets par rapport à lui mais par rapport à une fenêtre ou une porte par exemple. C'est ce passage qui nécessite de nombreuses expériences pour modéliser un environnement complexe en trois dimensions. Il faut donc privilégier des séances régulières mais courtes. Mais aussi introduire de la rigueur, en ritualisant le début des séances avec par exemple « la trousse du géomètre ». L'idée que la géométrie nécessite des objets adaptés.

*Haute école pédagogique



Sous un nouvel angle

Au pied du puy de Dôme, les CM2 de l'école Paul-Lapie à Chamalières s'attellent à la restauration de figures pour construire des concepts géométriques.

« On prolonge le segment qui passe par C et D », propose Anaë. « Ça crée une intersection », précise Gabriel. « On pourrait l'appeler H, non G ! Comme ça, ça fait BG... », s'amuse Léo. Les propositions des 24 CM2 de l'école de Chamalières dans le Puy-de-Dôme, s'enchaînent pour finaliser, à partir d'une amorce, la rédaction d'un programme de construction d'une figure géométrique complexe destiné aux élèves de CM1. Julien Ribennes, enseignant dans la classe depuis 10 ans, précise, interroge, reformule afin que les élèves acquièrent et utilisent un vocabulaire géométrique précis. « Comment appelle-t-on un segment qui a été prolongé ? De quoi a-t-on besoin pour tracer une droite ? ». Dans le même temps, Julien réalise en direct sur le tableau numérique les étapes proposées. « Les notions de droite, point, segment, alignement prennent tous leurs sens, explique-t-il. Cela permet aussi aux élèves de se rendre compte que leur proposition est parfois incomplète et qu'il manque des éléments pour réaliser l'action. Ils doivent trouver des repères comme nommer les points par exemple ». Les élèves ne voient plus la figure complexe comme une juxtaposition ou superposition de surfaces, mais comme des lignes qui se croisent, créant des intersections et des points qui permettront de reconstruire la figure demandée. Il s'agit maintenant

de faire seul. Équipé uniquement d'une règle informable non graduée, d'un crayon et d'une gomme, chaque élève se lance dans l'analyse d'une nouvelle figure complexe. Le défi à relever est d'écrire le programme de construction pour qu'un autre camarade le réalise. Si Kaïna prolonge les segments et numérote ses tracés, Jules peine à démarrer. « Tu peux nommer les points et colorier l'amorce », lui conseille Julien.

DONNER DU SENS

« Avec ma collègue du CMI Valérie Maillot, on démarrait nos séances de géométrie souvent par des définitions, il nous semblait que les élèves entraient de manière artificielle dans les apprentissages et ne construisaient pas de sens. La découverte d'activités de restauration de figure a été un déclic ! », se rappelle Julien. Grâce à sa collaboration avec Anne-Cécile Mathé, enseignante-chercheuse à l'université Clermont-Auvergne (lire page 19) et de nombreux échanges avec d'autres professeur-es au sein du groupe IREM*, il modifie sa pratique. Il débute ses séances par des analyses de figure en vue de les reproduire, met à disposition des élèves des outils maison réduits à une seule propriété géométrique, fait verbaliser, invite les élèves à être en position de réception ou de production de messages... « Les élèves rentrent directement dans les apprentissages, acquièrent un vocabulaire et des tournures de phrases spécifiques, précise Julien. Ils apprennent à construire, structurer et hiérarchiser leur raisonnement. Sans compter que parfois des élèves en difficulté en numération se révèlent en géométrie ».

*Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques.

ARTS ET GÉOMÉTRIE

Le site Lumni propose aux cycles 2 et 3 de lier l'art et la géométrie au fil d'un projet de six séances accompagnées de vidéos et de documents pédagogiques. Les élèves découvrent des œuvres picturales et décoratives qui servent ensuite de supports à des activités géométriques : identification, tracé, reproduction de figures. Les notions travaillées seront réinvesties pour la réalisation d'une œuvre artistique finalisant un projet transdisciplinaire.

LUMNI.FR

LES MATHS

PASSE-MURAILLES

Du 10 au 19 mars 2025, les mathématiques ont une semaine pour montrer leur face trop souvent cachée : actuelle, vivante et attractive. Cette 14^e édition intitulée « Hors les murs » sort de la classe pour proposer une variété d'actions en distanciel et en présentiel. Elle favorisera particulièrement l'intégration des maths dans le quotidien, insistant sur leur rôle dans la formation des citoyennes et citoyens. L'événement destiné aux scolaires et à tout public est présenté sur le site EDUSCOL.FR

MATERNELLE

EN FORMES

Une conférence autour de l'appréhension des formes géométriques à l'école maternelle expose le travail collaboratif d'une chercheuse et d'une enseignante. On y trouve un apport didactique clair, des situations de classe filmées et commentées témoignant de différentes approches à travers des activités de perception, de langage et de traçage de figures géométriques. Une liste d'albums pouvant servir de supports complète cette ressource enrichissante. À retrouver sur youtube :

PRÉ-APPRENTISSAGES GÉOMÉTRIQUES À L'ÉCOLE MATERNELLE

INTERVIEW

“L’usage d’instruments amène les élèves à enrichir leurs regards sur les figures”

POURQUOI ENSEIGNER LA GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE ?

ANNE-CÉCILE MATHÉ : La géométrie enseignée à l'école recouvre deux grands champs de connaissances. Son enseignement vise d'une part la construction de connaissances spatiales, liées au repérage dans des espaces divers : la classe, la ville, la feuille de papier... Il vise, d'autre part, la construction de connaissances géométriques. Il s'agit d'accompagner les élèves dans l'étude de formes, de figures, d'objets, de relations géométriques, en appui de la perception et de l'usage d'instruments dans des activités de reproduction, de construction ou de description de figures. Enseigner cette géométrie a une certaine légitimité culturelle et sociale. C'est une géométrie de constructeurs, comme peuvent l'être certaines géométries pré-euclidiennes ou certaines géométries professionnelles. Cette géométrie peut, par ailleurs, servir au développement de premiers raisonnements et démarches de preuve.

VOUS PARLEZ DE RUPTURE ENTRE GÉOMÉTRIE MATÉRIELLE ET GÉOMÉTRIE THÉORIQUE, POURQUOI ?

A-C.M. : « La » géométrie enseignée dans la scolarité obligatoire recouvre deux pratiques géométriques bien différentes. La géométrie de l'école est une géométrie matérielle. Elle donne à résoudre des problèmes portant sur des objets matériels, à l'aide de la perception et des instruments. La géométrie du collège est une géométrie déductive théorique. Elle convoque des objets et relations théoriques, sur lesquels on agit et produit des connaissances via des démonstrations. La grande similitude des objets de travail, dans leur forme, et la rupture profonde entre ces pratiques géométriques sont

source de beaucoup de difficultés pour les élèves comme pour les enseignants. Mieux cerner ce que peuvent recouvrir chacune de ces géométries, interroger les visées de leurs enseignements et l'aménagement possible d'un passage de l'une à l'autre constitue un enjeu important, pour la recherche et pour l'école.

QUELLE PLACE DONNER À L'USAGE DES INSTRUMENTS ?

A-C.M. : L'utilisation d'instruments occupe, bien sûr, une place centrale dans les activités géométriques de l'école. La question qui se pose alors est celle des enjeux de ce travail instrumenté. Plus que de viser des tracés précis, le travail avec les instruments doit permettre la rencontre des élèves avec des connaissances et savoirs géométriques. Tracer un cercle avec un compas pourra être mis en lien avec l'idée qu'un cercle est une ligne située toujours à la même distance d'un point. La règle permet de tracer des segments ou des droites alors vus comme traits rectilignes, de longueur finie ou non. Pour savoir où placer sa règle, on a besoin de deux points ou d'un segment : une droite est caractérisée par deux points ou un segment. L'usage d'instruments amène les élèves à enrichir leurs regards sur

les figures, pour y voir des formes, des segments, des droites, des points et des relations géométriques, et à construire des connaissances sur ces objets et leurs relations.

EN QUOI L'APPRENTISSAGE ET L'USAGE DU LANGAGE GÉOMÉTRIQUE SONT-ILS IMPORTANTS ?

A-C.M. : Entrer dans une pratique géométrique, c'est aussi construire un langage spécifique permettant d'identifier les objets et relations géométriques en jeu et d'en parler. Articulé au travail instrumenté, le travail langagier est un lieu de conceptualisation et une activité géométrique essentielle et complexe. Comprendre et utiliser en situation l'expression « un cercle de centre O passant par le point A » suppose non seulement de connaître un certain lexique géométrique mais aussi d'avoir pris conscience que l'on a besoin de deux données pour caractériser un cercle, ici son centre et un point du cercle. Que la construction d'un tel langage est difficile, mais essentiel, en particulier pour les élèves les plus fragiles ! Comment permettre aux élèves de saisir



© DR

BIO

Anne-Cécile Mathé est didacticienne des mathématiques et maîtresse de conférences à l'université Clermont-Auvergne. Elle est co-auteurice, avec Marie-Jeanne Perrin et Thomas Barrier, de l'ouvrage « Enseigner la géométrie élémentaire. Enjeux, ruptures et continuités », Éd. Académia 2024.

“Le travail langagier est un lieu de conceptualisation et une activité géométrique essentielle et complexe”

L'importance d'un lexique spécifique partagé et de comprendre les contraintes géométriques qui pèsent sur ce langage ? Comment s'appuyer sur le travail instrumenté pour engager un travail de verbalisation, vers un langage pour communiquer ? Au cycle 3, par exemple, mettre les élèves en situation de production de programme de construction permet de comprendre les contraintes qui pèsent sur ce type de message.