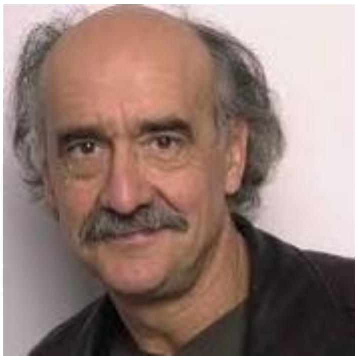

Rémi Brissiaud est chercheur et maître de conférences en psychologie cognitive à l'Université Paris 8. Il est membre du conseil scientifique de l'AGEEM.

Le projet de programme pour le cycle 2 consacré aux nombres et aux grandeurs : son principal point fort et point faible

Le projet de nouveaux programmes pour le cycle 2 est présenté comme « *une première proposition, une préfiguration qui nécessite encore d'être travaillée* ». Une consultation des enseignants est en conséquence organisée afin d'avancer vers une amélioration de ce texte. La tâche est délicate parce qu'il est difficile d'apprécier les points forts et les points faibles d'un tel texte sans prendre beaucoup de recul : d'où vient-il ? Quels changements par rapport à celui de 2008 ? Pourquoi ces changements ? Etc…

Répondre à toutes ces questions sur tous les points du programme nécessiterait des développements qui excèdent l'espace d'un texte argumenté dont la longueur reste raisonnable. Pour aller à l'essentiel, je commenterai seulement le principal point fort de ce projet : la mise en avant des stratégies de décomposition-recomposition, et son principal point faible : une confiance excessive dans l'usage pédagogique des activités d'écritures.

Un pas décisif vers une refondation de la didactique du nombre à l'école : la mise en avant des stratégies de décomposition-recomposition

Même si la statistique qui suit a ses limites, remarquons que les mots « *décomposition* » ou « *décomposer* » sont utilisés 11 fois dans un texte de 6 pages 1/2[1] alors qu'ils n'étaient pas du tout utilisés dans le programme de 2008, ne figurant qu'une seule fois dans la partie consacrée aux repères de progression. Il est vrai que le texte du programme 2008 était particulièrement court. En revanche, la comparaison avec le programme de 2002 est pleinement significative puisque ces mots n'y étaient utilisés qu'une seule fois dans un texte de 8 pages. La mise en avant des stratégies de décomposition-recomposition est donc particulièrement forte dans le projet d'aujourd'hui.

Favoriser d'emblée l'usage de stratégies de décomposition à l'école, c'est rompre avec l'approche didactique consistant à favoriser initialement la représentation des quantités par des collections de numéros. Longtemps, en effet, l'école française a accueilli très favorablement le fait qu'un élève qui souhaite se représenter la taille d'une collection de 8 unités, par exemple, utilise initialement la collection des 8 premiers numéros comme référence : 8 unités, c'est la quantité obtenue en numérotant celles-ci « 12345678 ». Aujourd'hui, il est recommandé de viser d'emblée la connaissance du fait que 8 unités s'obtiennent en ajoutant une nouvelle unité à une collection de 7 (cf. la notion d'*itération de l'unité*), mais aussi en ajoutant 3 unités à une collection de 5, 4 unités à une collection de 4, etc.

Dans le programme de 2002, les raisonnements faisant usage des numéros étaient considérés comme relevant de « procédures personnelles » et comme constituant une étape vers l'usage de « procédures expertes », celles de décomposition notamment. En fait, depuis la fin du siècle dernier, les résultats scientifiques (enquêtes, procédures expérimentales, études cliniques) vont tous dans le même sens : les élèves les plus fragiles s'enferment dans l'usage de procédures de numérotation. Chez eux, cet emploi de procédures de bas niveau se fossilise. Le plus grave est que tous les ingrédients de l'échec scolaire se mettent alors en place selon un processus « à bas bruit ». En effet, le comptage-numérotage permet à ces élèves de résoudre les tâches scolaires « basiques » (garder la mémoire des quantités et des rangs, lire et écrire les nombres à plusieurs chiffres, résoudre des problèmes simples d'addition et de soustraction par numérotation) sans qu'ils construisent un réseau de relations additives ou multiplicatives entre les quantités. Ces élèves réussissant les tâches scolaires « basiques », l'alerte n'est pas émise précocement alors qu'en réalité, faute de construire un réseau de relations entre les quantités, ils n'entrent pas réellement dans le nombre et le calcul. Avant que, dans les années 1990, l'école française se soit mise à valoriser l'usage du comptage-numérotage, 120 000 enfants environ (15% d'une génération) se trouvaient en difficulté dans leurs apprentissages numériques. Après la valorisation du comptage-numérotage, 40 000 enfants supplémentaires (5% portant à 20% le pourcentage total) se sont trouvés en échec prolongé, et cela pour chaque génération d'enfants. La recommandation de favoriser d'emblée des stratégies de décomposition-recomposition doit donc être considérée comme porteuse d'un espoir de réduction de l'échec scolaire concernant le nombre[(2)].

Un premier regret : le corollaire du choix de mettre en avant les stratégies de décomposition-recomposition, celui de préférer le comptage-dénombrement au comptage-numérotage, est malheureusement évoqué de manière peu explicite dans le projet de programme pour le cycle 2, il l'est seulement au détour d'un lien hypertexte. On lit ainsi dans l'annexe relative au dénombrement : *« A l'école maternelle, deux procédés de dénombrement sont travaillés : la comptine numérique (un, deux, trois, etc.) en lien avec l'itération de l'unité et la décomposition de la collection en deux ou plusieurs parties pour de petites collections (voir nouveaux programmes de maternelle). »* Or, utiliser la comptine numérique en lien avec l'itération de l'unité, c'est compter de la manière suivante : « un ; et-encore-1, deux ; et-encore-1, trois ; et-encore-1, quatre ; et-encore-1… », c'est déjà mettre en œuvre une stratégie de composition-décomposition qu'on peut appeler un comptage-dénombrement. Et la mise en avant de cette forme de comptage permet d'éviter le comptage-numérotage : « le un ; le deux ; le trois ; le quatre… ». Pourquoi ne pas s'exprimer de cette manière, c'est-à-dire clairement, comme c'est le cas dans le programme maternelle ?

Avancées et améliorations à apporter dans le travail pédagogique sur les nombres

La mise en avant de l'usage de stratégies de décomposition-recomposition est présente de manière moins visible dans la façon dont d'autres thèmes sont abordés : l'évolution du domaine d'étude des nombres, la façon d'aborder l'étude de l'écriture des nombres à plusieurs chiffres et la mesure des grandeurs.

Concernant l'évolution du domaine d'étude des nombres, les recherches scientifiques ont montré que les enfants maîtrisent l'itération de l'unité et, plus généralement, font usage de stratégies de décomposition-recomposition, d'abord avec les nombres inférieurs à 10 puis avec ceux de la deuxième dizaine et, de façon progressive, avec de plus grands nombres. Ainsi, une autre nouveauté dont il faut se féliciter est que le projet de programmes préconise explicitement une telle progression dans l'étude des nombres. Le projet préconise même, au CP, de désigner oralement les nombres au-delà de 69 par leur décomposition en dizaines et unités (au CP, on ne dit pas « quatre-vingt-sept » mais « 8 dizaines et 7 unités »), ceci afin de mieux faire apparaître le principe sous-jacent à l'écriture des nombres au-delà de 69 sans affronter trop précocement l'obstacle de l'irrégularité de leur désignation orale. Là encore, la désignation des nombres à l'aide de décompositions est mise en avant, même quand l'oral n'y aide guère.

Au-delà de 100, il faut se réjouir que le programme souligne que pour accéder à la compréhension d'un nombre comme 637, il ne suffit pas de savoir que c'est 6 centaines, 3 dizaines et 7 unités, parce qu'il faut de plus savoir que c'est 63 dizaines et 7 unités. Pour comprendre l'importance d'une telle connaissance, il suffit de penser au calcul de 91 x 7, par exemple, dont le résultat est immédiat lorsqu'on sait que 7 fois 9 dizaines, 63 dizaines, c'est 630. Ou encore à la division de 637 par 10 dont, là encore, le quotient et le reste s'obtiennent immédiatement lorsqu'on a cette connaissance (637, c'est 63 dizaines, c'est-à-dire 63 fois 10 et il reste 7). Ou encore à la division posée de 637 par 8 (on ne peut pas partager 6 centaines en 8, on partage donc… les 63 dizaines de 637). L'élève qui n'a pas ce type de connaissances est obligé d'apprendre une grand nombre de règles qui semblent sans rapport les unes avec les autres alors qu'elles ont toutes le même fondement. Or, en mathématiques, comprendre c'est construire un **réseau** de connaissances et de savoirs plutôt qu'un catalogue de règles sans justifications et sans liens entre elles.

Il faut se réjouir, donc, de lire dans le projet de programmes : « *Au CE1, un temps conséquent est consacré à l'étude des nombres jusqu'à 99, notamment pour les stratégies de calcul réfléchi dont le calcul en ligne des additions. Parallèlement, l'étude de la numération décimale écrite (centaine, dizaine, unités simples) est étendue par paliers au CE1 jusqu'à 199,* *puis 499 et éventuellement 999.* » Ainsi, la possibilité est donnée, et même suggérée, de n'étudier que les nombres jusqu'à 499 au CE1.

C'est bien venu parce qu'il est plus facile de comprendre que 437, c'est 43 dizaines et 7 unités que de comprendre que 837, c'est 83 dizaines et 7 unités. De même, il est plus facile de comprendre que 137, c'est 13 dizaines et 7 unités que de comprendre que 437, c'est 43 dizaines et 7 unités. Dans le cas de 137, il n'y a que deux niveaux d'unités à coordonner : les unités simples et les dizaines (treize fonctionne dans ce cas comme un nombre à 1 chiffre) alors que dans celui de 437, il faut coordonner trois niveaux d'unités : les unités simples, les dizaines et les centaines (1 centaine, c'est 10 dizaines ; 2 centaines, c'est 20 dizaines ; 30 centaines, c'est…).

Or coordonner deux niveaux d'unités pose déjà des difficultés aux élèves. Beaucoup, quand ils se réfèrent aux unités simples (dénombrement 1 à 1), oublient totalement l'existence des dizaines. Et quand ils se réfèrent aux dizaines (dénombrement de groupes de 10), ils oublient l'existence des unités simples.

Ainsi, rappelons-nous, ce problème posé à l'entrée du CE2 en octobre 2013 dans le cadre d'une étude de la DEPP récemment publiée[(3)] : « *La directrice de l'école a 87 lettres à envoyer. Elle doit mettre un timbre sur chaque lettre. Les timbres sont vendus par carnet de 10 timbres. Combien de carnets doit-elle acheter ?* ». Le taux de réussite, *à l'entrée au CE2,* n'était que de 18%. De manière générale, les pédagogues sous-estiment la difficulté de coordonner des points de vue différents sur une même réalité.

Un autre regret donc : que le projet ne soit pas allé plus loin encore, en donnant la possibilité de n'étudier que les 199 premiers nombres au CE1, comme c'est le cas en Allemagne, en Belgique, aux Pays Bas, etc. Et cet autre encore : que le projet n'explicite pas la possibilité de n'avoir étudié que les 9999 premiers nombres en fin de CE2, comme c'était le cas avec les programmes de 2002.

S'il faut se réjouir que, pour la première fois dans des programmes, la compréhension de la numération décimale soit décrite comme la compétence à coordonner les différents niveaux d'unités de numération, il est dommage que le projet offre insuffisamment aux enseignants, la possibilité de réduire temporairement le nombre de niveaux d'unités qu'il convient de coordonner afin que leurs élèves réussissent mieux à le faire et puissent ensuite passer à un niveau supérieur plus facilement avec des acquis vraiment solides. Le projet de programme le propose, et il faut s'en féliciter, mais il le fait insuffisamment.

Il faut enfin se féliciter de l'accent mis sur la mesure des grandeurs continues. Dans le cas discret (discontinu), comprendre les nombres c'est appréhender qu'ils sont porteurs de relations entre les diverses quantités (12 unités c'est 10 et encore 2, c'est 2 fois 6, c'est 3 fois 4, etc.). Dans le cas des grandeurs continues (longueurs, masses…), c'est savoir utiliser les nombres pour mettre en relation ces grandeurs (12 cm, c'est 10 cm et encore 2 cm, c'est

1 dm et encore 2 cm…) : on parle dans ce cas de **mesure** des grandeurs. Celle-ci se fait à partir de stratégies de décomposition-recomposition et les changements d'unités de longueur, de masse… (42 cm, c'est 4 dm et 2 cm, par exemple) sont des tâches proches du changement d'unités de numération (42 unités, c'est 4 dizaines et 2 unités). Il est raisonnable de faire l'hypothèse que travailler un type de changement d'unité permet de progresser dans l'autre.

Des dangers de formalisme dans des activités d'écritures préconisées

Dans le chapeau de présentation du cycle 2, on lit : *« Dès ce cycle, la composante écrite de l'activité mathématique devient essentielle. Les écrits mathématiques ont diverses fonctions : rendre compte de manipulations que les élèves ont effectuées, de phénomènes matériels qu'ils ont constatés, permettre de réaliser des prévisions ou de garder trace des prévisions effectuées avant d'agir. Ces écrits sont d'abord des écritures et représentations produites en situation par les élèves eux-mêmes. Elles sont inventées ou adaptées d'autres écrits et représentations dont ils sont devenus familiers grâce à leur intégration dans la vie de la classe. Elles évoluent progressivement avec l'aide de l'enseignant vers des formes conventionnelles. »* Tel qu'il est décrit dans ce paragraphe, l'usage didactique des écritures doit être considéré comme exagérément optimiste pour la raison qu'il passe sous silence un risque majeur : celui du formalisme.

Commençons par remarquer que la composante écrite de l'activité mathématique, lorsque celle-ci se limite à l'arithmétique élémentaire, est assurément importante mais pas « essentielle » au sens où, sans écrit, il n'y aurait aucune activité arithmétique possible. Ainsi, de nombreux calculateurs prodiges, dont Inaudi, un célèbre cas étudié par Binet à la fin du XIX^{e} siècle, étaient des analphabètes. Certains peuples africains comme les Doualas étaient d'excellents calculateurs alors que leur culture était exclusivement orale. En fait, l'écriture peut être source de progrès comme elle peut s'ériger en obstacle lorsque les élèves en font un usage qui verse dans le formalisme. Et cela arrive très vite.

Donnons un premier exemple. On lit (colonne de droite) : *« Un exemple au CP : les élèves doivent prévoir si parmi les deux collections : 8 + 5 + 4 objets ou 8 + 3 + 2 + 4 objets, l'une est la plus grande. Comme 5 = 3 + 2, les deux collections sont de même taille ».* Et cette activité est décrite de façon détaillée dans un lien hypertexte.

Ce type d'activités consistant à comparer la taille de deux collections à partir d'écritures additives était omniprésent dans les années 1980 (suite à la publication des ouvrages de la première équipe Ermel, celle qui a publié en 1977 un manuel pour le CP). Elles ont ensuite pratiquement disparu quand l'enseignement du comptage-numérotage s'est généralisé, sans d'ailleurs qu'il y ait de débat autour des avantages et des inconvénients qu'elles présentaient. Avec ce projet de programme, elles réapparaissent et sont fortement mises en avant de manière imprudente à notre sens. En effet, leur usage didactique dysfonctionnait très vite et les anciens instituteurs n'en gardent pas un bon souvenir. Fondamentalement, la raison en est la suivante : quand un enfant de 6-7 ans s'intéresse à une partie de chacune de ces écritures additives (lorsqu'il compare 5 et 3 + 2, par exemple), il oublie le plus souvent le nombre total (8 + 5 + 4 et 8 + 3 + 2 + 4). Or, pour comprendre que l'égalité (ou l'inégalité) au niveau des parties, se traduit par une égalité (ou une inégalité) au niveau du tout, il faut être capable de prendre en compte simultanément les parties et les totalités. Là encore, le problème qui se pose est celui de la compétence des élèves à coordonner plusieurs points de vue. Or, celle-ci est loin d'être suffisamment développée chez tous les élèves de CP, voire de CE1. Le risque est grand que de nombreux élèves apprennent des règles de maniement des écritures qui ne renvoient pas à des propriétés d'actions ou à des relations entre des quantités ou des grandeurs : c'est le risque du formalisme.

Dans le même ordre d'idée, on lit (toujours colonne de droite) : « *les élèves étudient en CP/CE1 le lien entre addition et soustraction (17+ ? = 32 s'écrit aussi : ? = 32-17 ou 32-17 = ?), …* » Remarquons d'abord que lorsqu'on s'exprime de manière rigoureuse, « *17+ ? = 32* » **s'écrit** « *17+ ? = 32* » et non différemment. Concernant les expressions « *? = 32-17 ou 32-17 = ?* », il serait préférable de parler de **ré-écriture**. La rigueur dans l'expression n'est pas de pure forme parce que le risque, lorsqu'on vise une ré-écriture, est que l'enfant verse dans un « jeux d'écriture », c'est-à-dire dans le formalisme. Penser que de nombreux enfants de CP peuvent passer facilement de la première écriture aux deux autres en comprenant ce qu'ils font sur le plan arithmétique, relève d'une méconnaissance de la difficulté d'une telle tâche (on est dans une sorte de pré-algèbre). Là encore, le discours pédagogique qui sous-tend ici le projet de programme renoue avec cette approche typique des années 1980 sans qu'on comprenne les raisons d'un tel retour en arrière. La difficulté de compréhension de telles relations a une dimension développementale qu'on aurait tort d'ignorer. Elle n'est pas qu'affaire d'enseignement et il serait contreproductif que notre école s'épuise à vouloir atteindre prématurément un tel objectif.

Toujours dans le même ordre d'idée, on lit dans l'annexe « Unités de numération » : *« Pour passer d'une décomposition en unités de numération d'un nombre à son écriture chiffrée, deux procédés peuvent être utilisés. Prenons l'exemple de 14 d 2 c… »* et, plus loin, l'un des procédés est explicité en disant qu' il est possible de : « *convertir les différentes unités en unités simples. Comme 1 d= 10 u alors 14 d = 140 u puisque 14 d, c'est 14 fois plus que 1 d. On a 1 c = 100 u, donc 2 c = 200 u et 14 d 2 c = 140 u + 200 u = 340 u. Le nombre 14 d 2 c s'écrit donc en chiffres 340.* » Rappelons qu'on est au cycle 2 ! Encore une fois, on a l'impression que l'écriture éloigne de la compréhension plutôt qu'elle n'en rapproche.

Bref, et en résumé des trois précédents points, le risque est grand que de telles activités conduisent à des manipulations formelles d'écritures qui, très vraisemblablement, seront à l'origine de l'échec des élèves les plus fragiles dans la mise en relation de l'écrit avec les situations qu'il modélise. C'est ce qui s'est passé dans les années 1980 et, donc, l'évocation de ce risque est aujourd’hui incontournable pour éviter que l’histoire des pratiques pédagogiques ne bégaie.

Pour conserver les réelles avancées du projet tout en évitant les risques du formalisme : laisser une plus grande liberté pédagogique

Il faut le dire : concernant les programmes de mathématiques du cycle 2, on a l’impression que les projets proposés, du fait qu’en maintes occasions on y trouve une description précise d’activités de classes, entrent en contradiction avec les idées générales ayant présidé à l’élaboration de ces projets. C’est ainsi qu’on lit dans le préambule général de ce projet : *« Les projets de programmes n’entrent pas dans le détail des pratiques de classe, des démarches des enseignants ; ils laissent ces derniers apprécier comment atteindre au mieux les objectifs des programmes en fonction des situations réelles qu’ils rencontrent dans l’exercice quotidien de leur profession. »*

Or, dans la partie mathématiques, dans sa colonne de droite, se trouvent décrits des « *exemples d’activités* » permettant de travailler les compétences figurant dans celle de gauche. Dans les quelques liens hypertextes mis en ligne sur le site du CSP, d’autres activités sont présentées. *Cela confère un privilège exorbitant aux activités ainsi décrites.* Quand, de plus, les différentes activités retenues relèvent toutes d’un même parti pris, tel qu’accorder beaucoup de confiance à ce qui s’écrit en mathématiques, ces activités en tant que telles se mettent à constituer un élément de programme. Cela se fait au détriment d’*autres choix didactiques possibles.* Ainsi, miser beaucoup sur l’écriture pour favoriser l’usage de stratégies de décomposition-recomposition, comme cela se faisait dans les années 1980, est un choix didactique possible, mais sa mise en avant unilatérale et sans accompagnement critique, comporte beaucoup d’inconvénients.

Il existe donc un moyen très simple qui permette de conserver les réelles avancées du projet tout en se prémunissant contre les risques d’encourager le formalisme à l’école : mettre en conformité les parties mathématiques du projet avec les idées générales avancées en début de texte, en laissant une plus grande liberté pédagogique aux enseignants. Comme cela est écrit dans le préambule, cela leur revient en effet, au sein des écoles et des établissements, « *de trouver les modalités les plus appropriées en exerçant leur expertise individuelle et collective ».* Cette expertise naît de la pratique de la classe, évidemment, mais le préambule des projets de programmes précise les conditions permettant aux enseignants d’exercer leur liberté pédagogique de façon responsable : « *Des documents d’accompagnement sans valeur réglementaire ni prescriptive et des actions de formation continue pourront aider (les enseignants) dans l’appropriation et la mise en œuvre des futurs programmes.* » C’est évidemment dans de tels documents que doivent se trouver exposés les exemples d’activités correspondants aux différentes modalités de mise en œuvre des programmes, en explicitant les choix théoriques correspondant à ces différentes modalités : juste place de l’écriture dans l’activité mathématique, etc...

[1]Ce décompte est obtenu en ne retenant que la partie consacrée aux nombres et aux grandeurs dans le projet cycle 2

[2]Sur ces questions, on peut se reporter aux textes mis en ligne par la Commission Française sur l'Enseignement des Mathématiques (Cfem) dans la rubrique : « Débats : premiers apprentissages numériques » http://www.cfem.asso.fr/debats/premiers-apprentissages-numeriques, et, bien entendu, aux deux petits livres : « Premiers pas vers les maths » (1997) et « Apprendre à calculer à l'école – Les pièges à éviter en contexte francophone » (2013)

[3]Andreu, S., Le Cam, M., & Rocher, T. (2014) Evolution des acquis en début de CE2 entre 1999 et 2013 : les progrès observés à l'entrée au CP entre 1997 et 2011 ne sont pas confirmés. Note n°19- Mai 2014 de la DEPP.
http://cache.media.education.gouv.fr/file/2014/61/7/DEPP_NI_2014_19_evolution_acquis_debut_CE2_entre_1999_2013_325617.pdf